

2019~2020学年天津河西区高一下学期期中数学试卷

一、选择题

爱智康 (本大题共9小题, 每小题3分, 共27分)

1. 如果 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 是两个单位向量, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 一定 ().

- A. 相等 B. 平行 C. 方向相同 D. 长度相等

2. 若复数 $z = (x^2 - 1) + (x - 1)i$ 为纯虚数, 则实数 x 的值为 ().

- A. -1 B. 0 C. 1 D. -1或1

3. 在“世界杯”足球赛闭幕后, 某中学学生会对本校高一年级1000名学生收看比赛的情况用随机抽样方式进行调查, 样本容量为50, 将数据分组整理后, 列表如下:

现场观看	0	1	2	3	4	5	6	7
观看人数占调查人数的百分比	8%	10%	20%	26%	$m\%$	12%	6%	2%

从表中可以得出正确的结论为 ().

- A. 表中 m 的数值为8 B. 估计观看比赛不低于4场的学生约为360人
C. 估计观看比赛不低于4场的学生约为720人 D. 估计观看比赛场数的众数为2

4. 甲、乙两个元件构成一并联电路, 设 $E =$ “甲元件故障”, $F =$ “乙元件故障”, 则表示电路故障的事件为 ().

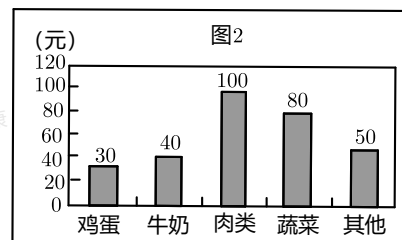
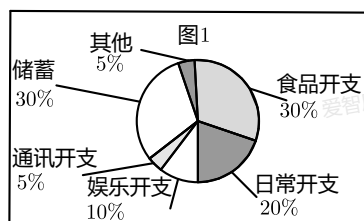
- A. $E \cup F$ B. $E \cap F$ C. $E \cup \bar{F}$ D. $\bar{E} \cup \bar{F}$

5. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位, 且 $(a + i)i = b + i$, 则 ().

- A. $a = 1, b = 1$ B. $a = -1, b = 1$

- C. $a = 1, b = -1$ D. $a = -1, b = -1$

6. 小波一星期的总开支分布如图1所示, 一星期的食品开支如图2所示, 则小波一星期的鸡蛋开支占总开支的百分比为 ().



- A. 30% B. 10% C. 3% D. 不能确定

7. 设 A, B 是两个概率大于0的随机事件, 则下列论述正确 () .

A. 事件 $A \subseteq B$, 则 $P(A) < P(B)$

B. 若 A 和 B 互斥, 则 A 和 B 一定相互独立

C. 若 A 和 B 相互独立, 则 A 和 B 一定不互斥

D. $P(A) + P(B) \leq 1$

8. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $b \cos C + c \cos B = a \sin A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 () .

A. 锐角三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 不确定

9. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个不共线的向量, 且 $m\vec{a} - 3\vec{b}$ 与 $\vec{a} + (2-m)\vec{b}$ 共线, 则实数 m 的值为 () .

A. -1或3

B. $\sqrt{3}$

C. -1或4

D. 3或4

二、填空题

(本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

10. i 是虚数单位, 复数 $\frac{6+7i}{1+2i} = \underline{\hspace{2cm}}$.

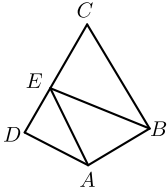
11. 某大学为了解在校本科生对参加某项社会实践活动的意向, 拟采用分层抽样的方法, 从该校四个年级的本科生中抽取一个容量为300的样本进行调查. 已知该校一年级、二年级、三年级、四年级的本科生人数之比为4:5:5:6, 则应从一年级本科生中抽取 名学生.

12. 将一颗质地均匀的正方体骰子 (六个面的点数分别为1, 2, 3, 4, 5, 6) 先后抛掷两次, 记第一次出现的点数为 x , 第二次出现的点数为 y . 则事件 " $x+y \leq 3$ " 的概率为 .

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $a=2, B=\frac{\pi}{6}, c=2\sqrt{3}$, 则 $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 是夹角为 $\frac{2\pi}{3}$ 的两个单位向量, $\vec{a} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2, \vec{b} = k\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则实数 k 的值为 .

15. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中， $AB \perp BC$ ， $AD \perp CD$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $AB = AD = 1$ ，若点 E 为边 CD 上的动点，则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BE}$ 的最小值为_____.



三、解答题

(本大题共5小题，共49分)

16. 随机观测生产某种零件的某工厂25名工人的日加工零件数（单位：件），获得数据如下：30，42，41，36，44，40，37，37，25，45，29，43，31，36，49，34，33，43，38，42，32，34，46，39，36.

根据上述数据得到样本的频率分布表如表所示.

分组	频数	频率
[25, 30]	3	0.12
(30, 35]	5	0.20
(35, 40]	8	0.32
(40, 45]	n_1	f_1
(45, 50]	n_2	f_2

- （1）确定样本频率分布表中 n_1 ， n_2 ， f_1 和 f_2 的值.
- （2）根据上述频率分布表，画出样本频率分布直方图和频率分布折线图.

17. 在一次猜灯谜活动中，共有20道灯谜，两名同学独立竞猜，甲同学猜对了12个，乙同学猜对了8个．假设猜对每道灯谜都是等可能的，试求：

- (1) 任选一道灯谜，恰有一个人猜对的概率．
- (2) 任选一道灯谜，甲、乙都没有猜对的概率．

18. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $B = 30^\circ$ ， $b = \sqrt{2}$ ， $c = 2$ ，解这个三角形．

19. 已知 $\overrightarrow{OP} = (2, 1)$ ， $\overrightarrow{OA} = (1, 7)$ ， $\overrightarrow{OB} = (5, 1)$ ，设 C 是直线 OP 上的一点（其中 O 为坐标原点）．

- (1) 当 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 取得最小值时，求向量 $\overrightarrow{OC}$ ．
- (2) 在满足(1)的条件下求 $\cos \angle ACB$ ．

20. 设 z_1 是虚数， $z_2 = z_1 + \frac{1}{z_1}$ 是实数，且 $-1 \leq z_2 \leq 1$ ．

- (1) 求 $|z_1|$ 的值以及 z_1 的实部的取值范围．
- (2) 若 $\omega = \frac{1 - z_1}{1 + z_1}$ ，求证 ω 为纯虚数．
- (3) 求 $z_2 - \omega^2$ 的最小值．